**Правительство Российской Федерации**

**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Геометрия и топология

Geometry and Topology

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 14

Регистрационный номер рабочей программы: 002213

Санкт-Петербург

2022

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучить важнейшим разделам геометрии и топологии, имеющим общематематическое значение; развить навыки, необходимые в дальнейшей профессиональной деятельности, для решения научных и прикладных задач; подготовить слушателей к восприятию других дисциплин.

**1.2. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Обучающийся должен иметь предварительную подготовку в объеме курса математики, изучаемого в средней школе.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование категории (группы) компетенций | Код и наименование компетенции | Планируемые результаты обучения, обеспечивающие формирование компетенции | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. | Владеет основными понятиями и методами аналитической геометрии.  Владеет основными понятиями и методами общей топологии.  Владеет основными понятиями и методами дифференциальной геометрии. | ОПК-1.002213.1. Решает задачи по аналитической геометрии.  ОПК-1.002213.2. Решает задачи по общей топологии.  ОПК-1.002213.3. Решает задачи по дифференциальной геометрии. |
| 2 | Профессиональные компетенции (академические) | ПКА-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий. | Владеет основными понятиями, методами и результатами в области геометрии и топологии. | ПКА-1.002213.1. Правильно использует терминологию геометрии и топологии.  ПКА-1.002213.2. Демонстрирует знание основных определений, теорем и понятий геометрии и топологии. |

Обучающийся изучает базовые разделы аналитической геометрии, общей топологии, геометрии выпуклых множеств, дифференциальной геометрии, и получает навыки решения задач по этим разделам математики.

Дисциплина способствует формированию следующих компетенций:

* ОПК-1 – способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;
* ПКА-1 – способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Активные и интерактивные формы учебных занятий — практические занятия (всего 74 ак. часа).

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 1 | 32 |  | 2 | 26 |  | 4(1) |  |  | 4 |  |  |  | 72 |  | 40 |  | 20 | 5 |
|  | 2-100 |  | 2-100 | 2-25 |  | 2-25 |  |  | 1-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| Семестр 2 | 32 |  | 2 | 30 |  |  |  |  | 4 |  |  |  | 73 |  | 39 |  | 20 | 5 |
|  | 2-100 |  | 2-100 | 2-25 |  |  |  |  | 1-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| Семестр 3 | 32 |  | 2 | 30 |  |  |  |  | 4 |  |  |  | 37 |  | 39 |  | 34 | 4 |
|  | 2-100 |  | 2-100 | 2-25 |  |  |  |  | 1-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 96 |  | 6 | 86 |  | 4 |  |  | 12 |  |  |  | 182 |  | 118 |  |  | 14 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 1 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма, экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации |  |  |
| Семестр 2 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма, экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации |  |  |
| Семестр 3 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма, экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий.**

**Модуль 1. Аналитическая геометрия.**

Тема 1. Введение. Системы координат. Задание фигур уравнениями. Преобразования координат.

Тема 2. Метрические и оптические свойства кривых второго порядка.

Тема 3. Канонические уравнения кривых второго порядка.

Тема 4. Скалярное произведение векторов, его свойства.

Тема 5. Векторное произведение векторов, его свойства.

Тема 6. Определители 2×2, 3×3, их связь с площадями и объемами.

Тема 7. Ориентации базисов и векторного произведения.

Тема 8. Двойное и смешанное векторные произведения, их свойства.

Тема 9. Плоскости в пространстве, их свойства.

Тема 10. Прямые в прострнстве, их свойства.

Тема 11. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Тема 12. Классификация поверхностей второго порядка.

Тема 13. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

Тема 14. Движения плоскости, виды, классификация.

**Модуль 2. Общая топология.**

Тема 1. Метрические пространства.

Тема 2. Топологические пространства.

Тема 3. Базы.

Тема 4. Внутренность и замыкание.

Тема 5. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы.

Тема 6. Примеры построения топологических пространств.

Тема 7. Связность.

Тема 8. Линейная связность..

Тема 9. Компактность.

Тема 10. Аксиомы счетности и сепарабельность.

Тема 11. Секвенциальные замыкание, непрерывность и компактность.

Тема 12. Компактность в евклидовом пространстве.

Тема 13. Компактность в метрических пространствах.

Тема 14. Аксиомы отделимости.

Тема 15. Нормальность.

Тема 16. Некоторые важные леммы и теоремы.

**Модуль 3. Дифференциальная геометрия.**

Тема 1. Кривые и их параметризации. Длина кривой.

Тема 2. Плоские кривые. Формулы Френе для плоских кривых.

Тема3. Пространственные кривые. Кривизна, кручение, базис Френе, вектор Дарбу, формулы Френе.

Тема 4. Поверхности в пространстве. Параметризация поверхности.

Тема5. Первая квадратичная форма поверхности. Метрические вычисления на поверхности.

Тема 6. Площадь поверхности.

Тема7. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальные кривизны. Теорема Эйлера. Типы точек на поверхности.

Тема 8. Гауссова кривизна и ее свойства. Теорема Родрига. Средняя кривизна.

Тема 9. Формулы типа формул Френе для кривой на поверхности.

Тема 10. Основные уравнения теории поверхностей.

Тема 11. Геодезические.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Обучающиеся обеспечиваются учебниками и задачниками в библиотеке факультета.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Перечень примерных контрольных вопросов для самостоятельной работы обучающегося соответствует перечню изучаемых тем, приведенному в п. Содержание, и уточняется преподавателем.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

**Методика проведения зачета по практическим занятиям**

Зачет выставляется по результатам работы в семестре на зачетном занятии. Для получения отметки «зачтено» необходимо, чтобы было правильно решено не менее 50% задач по каждой теме. На зачет отводится 2 академических часа.

При второй и третьей (с комиссией) попытках сдачи зачета обучающемуся предоставляется возможность выполнить задания по всем темам, которые не были зачтены в результате проведения текущего контроля успеваемости. Задания можно выполнять в произвольном порядке.

При сдаче зачета с комиссией работа проверяется не одним, а тремя преподавателями. Преподаватель, проводивший текущий контроль успеваемости, предоставляет комиссии все материалы по текущему контролю успеваемости обучающегося.

**Критерии выставления оценок за зачет по практическим занятиям по системе ECTS**

* Оценка «отлично» («A» по системе ECTS) — правильно решенных задач по каждой теме не менее 90%;
* оценка «хорошо» («B» по системе ECTS) — правильно решенных задач по каждой теме не менее 80%, при этом имеются темы, процент решённых задач по которым менее 90%;
* оценка «хорошо» («C» по системе ECTS) — правильно решенных задач по каждой теме не менее 70%, при этом имеются темы, процент решённых задач по которым менее 80%;
* оценка «удовлетворительно» («D» по системе ECTS) — правильно решенных задач по каждой теме не менее 60%, при этом имеются темы, процент решённых задач по которым менее 70%;
* оценка «удовлетворительно» («E» по системе ECTS) — правильно решенных задач по каждой теме не менее 50%, при этом имеются темы, процент решённых задач по которым менее 60%;
* оценка «неудовлетворительно» («F» по системе ECTS) — хотя бы по одной теме правильно решенных задач менее 50%.

**Методика проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме. Билет содержит 2 вопроса из списка вопросов к экзамену. На подготовку к ответу в аудитории отводится не менее 1 академического часа.

После ответа на основные вопросы билета преподаватель вправе задать дополнительные вопросы по любой теме курса. Также в качестве дополнительного вопроса может быть предложена задача.

За ответ на экзамене выставляется оценка «не удовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

**Критерии выставления оценок за ответ на экзамене**

Оценка «отлично» выставляется, если выполняются оба условия:

1. обучающимся даны полные исчерпывающие ответы по всем вопросам билета, обучающийся свободно ориентируется в материале;
2. обучающийся отвечает на все дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется, если выполняются оба условия:

1. обучающимся дан полный ответ на один из вопросов билета, по второму вопросу написаны все определения, основные формулы и графики (в случае наличия);
2. обучающийся отвечает более чем на 3/4 дополнительных вопросов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполняются оба условия:

1. по обоим вопросам написаны все основные определения, формулы и графики (в случае наличия);
2. обучающийся дает правильный ответ более чем на половину заданных дополнительных вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**Критерии выставления оценок за экзамен по системе ECTS**

Оценка «отлично» («A» по системе ECTS) выставляется, если выполнены два условия:

1. Обучающийся дал полные исчерпывающие ответы по всем вопросам билета, свободно ориентируется в материале;
2. Обучающийся ответил на все дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» («B» по системе ECTS) выставляется, если выполнены два условия:

1. Обучающийся дал полный ответ на один из вопросов билета, по другому вопросу сформулировал все необходимые определения и теоремы, но имеются погрешности в доказательствах.
2. Обучающийся ответил более чем на 3/4 дополнительных вопросов.

Оценка «хорошо» («C» по системе ECTS) выставляется, если выполнены два условия:

1. Обучающийся дал полный ответ на один из вопросов билета, по другому вопросу сформулировал все необходимые определения и теоремы, но имеются существенные пробелы в доказательствах.
2. Обучающийся ответил более чем на 3/4 дополнительных вопросов.

Оценка «удовлетворительно» («D» по системе ECTS) выставляется, если выполнены два

условия:

1. Обучающийся сформулировал все необходимые определения и теоремы, но имеются существенные пробелы в доказательствах теорем обоих вопросов билета.
2. Обучающийся дает правильный ответ более чем на половину заданных дополнительных вопросов.

Оценка «удовлетворительно» («E» по системе ECTS) выставляется, если выполнены два

условия:

1. Обучающийся сформулировал все необходимые определения и теоремы, но в ответе на один из вопросов билета имеются существенные пробелы в доказательствах, в ответе на другой вопрос доказательства отсутствуют.
2. Обучающийся дает правильный ответ более чем на половину заданных дополнительных вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» («F» по системе ECTS) выставляется, если не выполнены условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

**Компетенции, впервые формируемые дисциплиной:**

ОПК-1 — способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ПКА-1 — способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.

**Компетенции, развиваемые дисциплиной:**

Нет.

**Компетенции, полностью сформированные по результатам освоения дисциплины:**

Нет.

Для каждой компетенции применяется линейная шкала оценивания, определяемая долей успешно выполненных заданий, проверяющих данную компетенцию

***Вопросы к экзаменам.***

**Первый семестр. Аналитическая геометрия.**

1. Координаты на прямой, расстояния, замена координат.
2. Деление отрезка в данном отношении.
3. Декартовы координаты на плоскости.
4. Окружность Аполлония.
5. Эллипс. Приведение к каноническому виду.
6. Эллипс. Эксцентриситет, директрисы.
7. Эллипс: касательные, оптическое свойство.
8. Гипербола. Канонический вид, асимптоты.
9. Гипербола. Касательные, оптическое свойство.
10. Парабола. Канонический вид, касательные.
11. Общее уравнение КВП. Избавление от слагаемого, содержащего xy.
12. Классификация КВП.
13. Скалярное произведение, простейшие свойства.
14. Проекция. Линейность скалярного произведения.
15. Координатное выражение скалярного произведения, неравенство КБШ.
16. Векторное произведение. Выражение в координатах.
17. Простейшие свойства векторного произведения.
18. Определители 2х2, связь с площадями.
19. Определители 3х3, связь с объёмами.
20. Ориентация базиса на прямой, на плоскости и в пространстве.
21. Ориентация векторного произведения.
22. Двойное векторное произведение. Формула bac-cab.
23. Смешанное произведение, свойства, вычисление.
24. Плоскость в пространстве, вектор нормали. Угол между плоскостями.
25. Расстояние от точки до плоскости.
26. Прямая в пространстве.
27. Пересечение прямой и плоскости. Условие компланарности двух прямых.
28. Классификация ПВП. Эллиптический и гиперболический случаи.
29. Классификация ПВП. Параболический случай.
30. Линейчатость однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.
31. Приведение квадратичной формы к диагональному виду.
32. Движение плоскости как композиция осевых симметрий.
33. Движения плоскости 1 рода.
34. Движения плоскости 2 рода.
35. Лемма о подвижности пространства.
36. Лемма о неподвижных точках движения пространства.
37. Движения с неподвижной плоскостью и с неподвижной прямой.
38. Движения первого рода с неподвижной точкой.
39. Движения первого рода без неподвижных точек.
40. Движения второго рода с неподвижной точкой.
41. Движения второго рода без неподвижных точек.

**Второй семестр. Общая топология.**

1.       Метрические пространства. Примеры.

2.       Шары в метрических пространствах. Открытость шара.

3.       Свойства открытых и замкнутых множеств в метрических пространствах.

4.       Топологические пространства. Примеры.

5.        Замкнутые множества. Задание топологии при помощи замкнутых множеств.

6.       База топологии. Признак базы.

7.       Критерий того, что семейство подмножеств является базой некоторой топологии.

8.       Эквивалентные определения внутренности.

9.       Эквивалентные определения замыкания.

10.   Эквивалентные определения непрерывности отображения метрических пространств.

11.   Непрерывность отображения топологических пространств.

12.   Гомеоморфизмы. Пример непрерывной биекции, не являющейся гомеоморфизмом.

13.   Инициальная топология.

14.   Индуцированная топология.

15.   Топология прямого произведения.

16.   Канторово множество.

17.   Финальная топология.

18.   Фактортопология. Букеты.

19.   Связность топологического пространства и подмножества. Связность замыкания.

20.   Связность отрезка.

21.   Объединение связных множеств с непустым пересечением.

22.   Образ связного множества при непрерывном отображении.

23.   Связность произведения пространств.

24.   Компоненты связности.

25.   Критерий открытости компонент связности.

26.   Линейная связность.

27.   Компактность. Примеры.

28.   Компактность замкнутого подмножества компакта.

29.   Образ компакта при непрерывном отображении.

30.   Компактность и хаусдорфовость.

31.   Непрерывная биекция из компакта в хаусдорфово пространство.

32.   Компактность произведения компактов.

33.   Локальная компактность. Компактификация по Александрову.

34.   Свойства хаусдорфовых локально компактных пространств.

35.   Вторая аксиома счётности и сепарабельность.

36.   Теорема Линделёфа.

37.   Базы окрестностей точки. Первая аксиома счётности.

38.   Секвенциальное замыкание.

39.   Секвенциальная непрерывность.

40.   Секвенциальная компактность. Точки накопления.

41.   Из компактности следует секвенциальная компактность.

42.   Центрированные системы множеств.

43.   Из секвенциальной компактности следует компактность.

44.   Лемма Лебега. Компактность отрезка.

45.   Критерий компактности множества в евклидовом пространстве.

46.   Равносильность сепарабельности и второй аксиомы счётности в метрических пространствах.

47.   Критерий компактности метрических пространств.

48.   Аксиомы отделимости. Эквивалентная переформулировка Т1.

49.   Замкнутость графика отображения хаусдорфовых пространств.

50.   Нормальность метрического пространства.

51.   Лемма Урысона о функциональной отделимости.

52.   Лемма о разбиении единицы.

53.   Теорема Титце-Урысона о продолжимости отображений.

54.   Метризуемость нормального пространства со счётной базой.

**Третий семестр. Дифференциальная геометрия.**

1. Элементарные кривые. Примеры.
2. Вектор-функции. Правила дифференцирования.
3. Способы задания кривых.
4. Регулярность и касательная.
5. Длина кривой и натуральная параметризация.
6. Кривизна.
7. Вычисление кривизны.
8. Соприкасающаяся плоскость.
9. Формулы Френе.
10. Вычисление кручения.
11. Натуральные уравнения.
12. Способы задания поверхностей.
13. Регулярность и касательная плоскость.
14. Первая форма поверхности.
15. Угол между кривыми на поверхности.
16. Внутренняя геометрия поверхности.
17. Вторая форма поверхности.
18. Теорема Менье.
19. Нормальные кривизны.
20. Теорема Эйлера.
21. Нахождение главных направлений.
22. Нахождение главных кривизн.
23. Соприкасающийся параболоид.
24. Классификация точек поверхности по знаку К.
25. Теорема Родрига.
26. Гауссово отображение.
27. Геометрический смысл К.
28. Основные уравнения теории поверхностей.
29. Геодезические. Примеры.
30. Уравнение и существование геодезических.
31. Принцип Герца.
32. Полугеодезические координаты.
33. Экстремальное свойство геодезических.

*Проверяемые компетенции: ОПК-1, ПКА-1*

*Сформированность компетенций считается пропорционально доле успешных ответов на вопросы и выполненности заданий.*

***3.1.4.3. Соответствие индикаторов достижения компетенций и контрольно-измерительных материалов***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции | Контрольно-измерительные материалы (КИМ) (тестовые вопросы, контрольные задания, кейсы и пр.) |
|  | 1 | 2 |
| 1 | ОПК-1.002213.1. Способен решать задачи по аналитической геометрии. | Вопросы к экзамену первого семестра. |
| 2 | ОПК-1.002213.2. Способен решать задачи по общей топологии. | Вопросы к экзамену второго семестра. |
| 3 | ОПК-1.002213.3. Способен решать задачи по дифференциальной геометрии. | Вопросы к экзамену третьего семестра. |
| 4 | ПКА-1.002213.1. Правильно использует терминологию геометрии и топологии. | Вопросы к экзаменам. |
| 5 | ПКА-1.002213.2. Демонстрирует знание основных определений, теорем и понятий геометрии и топологии | Вопросы к экзаменам. |

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса применяется анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утвержденными в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные стандартным оборудованием, используемым для обучения в СПбГУ в соответствии с требованиями материально-технического обеспечения.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное оборудование, используемое для обучения в СПбГУ.

MS Windows, MS Office, Mozilla FireFox, Google Chrome, Acrobat Reader DC, WinZip, Антивирус Касперского.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Такое оборудование не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Такое оборудование не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел, губки, бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров, диски в объёме, необходимом для проведения занятий, по заявкам преподавателей.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. А. Д. Александров, Н. Ю. Нецветаев, Геометрия, М., Наука, 1990, 2010.
2. А. В. Погорелов, Аналитическая геометрия, любое издание.
3. О. Н. Цубербиллер, Задачи и упражнения по аналитической геометрии, любое издание.
4. К. Лейхтвейс, Выпуклые множества, М., Наука, 1985.
5. О. Я. Виро, О. А. Иванов, Н. Ю. Нецветаев, В. М. Харламов, Задачи по топологии, любое издание.
6. О. Я. Виро, О. А. Иванов, Н. Ю. Нецветаев, В. М. Харламов, Элементарная топология, М., МЦНМО, 2010.
7. А. В. Погорелов, Дифференциальная геометрия, любое издание.
8. А. С. Феденко (ред.), Сборник задач по дифференциальной геометрии, М., Наука, 1979.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. П. С. Александров, Лекции по аналитической геометрии, М., Наука, 1968, 2008.
2. В. В. Прасолов, В. М. Тихомиров, Геометрия, М., МЦНМО, 1997.
3. В. А. Рохлин, Д. Б. Фукс, Начальный курс топологии. Геометрические главы, М., Наука, 1977.
4. Б. А. Дубровин, С. П. Новиков, А. Т. Фоменко, Современная геометрия. Методы и приложения, М., Наука, 1986.
5. И. А. Тайманов, Лекции по дифференциальной геометрии, ИКИ, 2002, 2006.
6. М. М. Постников, Лекции по геометрии: Семестр 2. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия, М., Наука, 1979.
7. А. С. Мищенко, Ю. П. Соловьев, А. Т. Фоменко, Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии, М., ФМЛ, 2004.
8. Дж. Торп, Начальные главы дифференциальной геометрии, М., Мир, 1982, 1998.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

* Сайт Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: http://www.library.spbu.ru/
* Электронный каталог Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: http://www.library.spbu.ru/cgi-bin/irbis64r/cgiirbis\_64.exe?C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS
* Перечень электронных ресурсов, находящихся в доступе СПбГУ: http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/
* Перечень ЭБС, на платформах которых представлены российские учебники, находящиеся в доступе СПбГУ: http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/browse?name=rures&resource\_type=8

**Раздел 4. Разработчики программы**

1. Солынин Андрей Александрович, к. ф.-м. н., доцент кафедры высшей геометрии, [a\_solynin@mail.ru](mailto:a_solynin@mail.ru)
2. Никанорова Мария Юрьевна, к. ф.-м. н., старший преподаватель кафедры высшей геометрии, m.nikanorova@spbu.ru